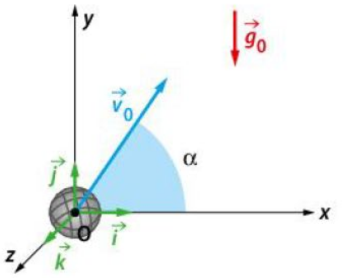
1 Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

$$\overrightarrow{a_G(t)} = \vec{g}_0 \text{ soit } \overrightarrow{a_G(t)} \begin{cases} a_x(t) = a_z(t) = 0 \\ a_y(t) = -g_0 \end{cases}$$



Équations horaires du mouvement

Pour un objet lancé avec $\vec{v}_0$ oblique

$$\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y(t) = -g_0 \times t + v_0 \times \sin\alpha \\ v_z(t) = 0 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OG(t)} \begin{cases} x(t) = v_0 \times \cos\alpha \times t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} \times g_0 \times t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t \\ z(t) = 0 \end{cases}$$

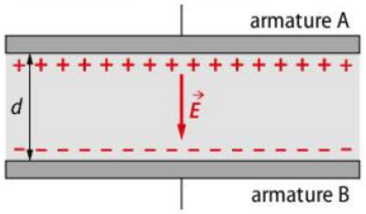
Puisque $z(t) = 0$, le mouvement s'effectue dans le plan (xOy) formé par les vecteurs $\vec{v}_0$ et $\vec{g}_0$.

Équation de la trajectoire parabolique

$$y(x) = \frac{-g_0}{2 \times v_0^2 \times \cos^2\alpha} \times x^2 + x \times \tan\alpha$$

2 Mouvement dans un champ électrique uniforme

Condensateur plan et champ électrique



tension entre les deux armatures A et B (en **V**)

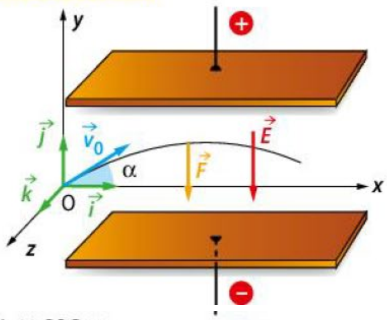
champ électrique (en $\mathbf{V \cdot m^{-1}}$) → $\boxed{E = \dfrac{U_{AB}}{d}}$

distance entre les armatures (en **m**)

Équations horaires du mouvement

Mouvement de particule de charge $q > 0$ dans le plan formé par les vecteurs $\vec{v}_0$ et $\vec{E}$:

$$\vec{a} = \frac{q}{m} \times \vec{E}.$$



$$\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y(t) = \dfrac{-qE}{m} \times t + v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$$

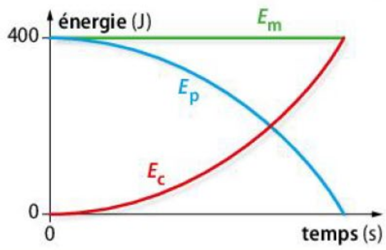
$$\overrightarrow{OG(t)} \begin{cases} x(t) = v_0 \times \cos\alpha \times t \\ y(t) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{-qE}{m} \times t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t \end{cases}$$

Équation de la trajectoire parabolique

$$y(x) = \frac{-q \times E}{2 m v_0^2 \cos^2\alpha} \times x^2 + x \times \tan\alpha$$

3 Aspects énergétiques dans un champ uniforme

Conservation de l'énergie mécanique



énergie cinétique (en **J**)

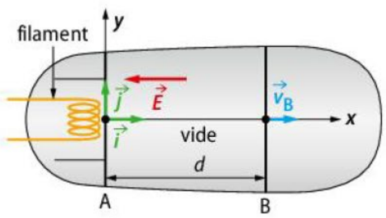
énergie mécanique (en **J**) → $\boxed{Em = Ec + Ep}$ ← énergie potentielle (en **J**)

masse (en **kg**)

$\boxed{Ep(\text{pesanteur}) = m \times g \times y}$ ← altitude (en **m**)

intensité de la pesanteur (en $\mathbf{m \cdot s^{-2}}$)

Principe de l'accélérateur linéaire



$\boxed{Ep(\text{électrique}) = q \times V}$ ← potentiel électrique (en **V**)

charge électrique (en **C**)

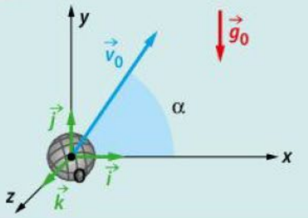
variation d'énergie cinétique (en **J**)

tension électrique entre A et B (en **V**)

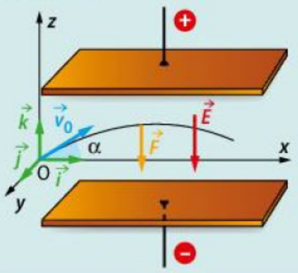
$$\boxed{\Delta E_c = W_{AB}(\vec{F}_e) = \vec{F}_e \cdot \overrightarrow{AB} = q \times \vec{E} \cdot \overrightarrow{AB} = q \times U_{AB}}$$

charge électrique (en **C**)

1 Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

	A	B	C
1 Pour un objet lancé dans un champ de pesanteur uniforme, le mouvement	est uniforme.	est plan.	est uniformément accéléré.
2 Dans cette situation : 	$\vec{g}_0\begin{cases}0\\g_0\\0\end{cases}$	$\overrightarrow{v_0(t)}\begin{cases}v_0\times\sin\alpha\\v_0\times\cos\alpha\\0\end{cases}$	en chute libre, $a_y(t) = -g_0$
3 Dans la même situation, en chute libre :	$\overrightarrow{v_G(t)}\begin{cases}v_0\times\cos\alpha\\-g_0\times t+v_0\times\sin\alpha\\0\end{cases}$	la trajectoire est hyperbolique.	la trajectoire a pour équation : $y(t) = -\frac{1}{2}g_0\,t^2 + v_0\sin\alpha\times t$

2 Mouvement dans un champ électrique uniforme

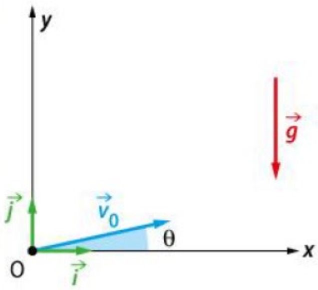
	A	B	C
4 Dans un condensateur plan avec une tension $U_{AB} > 0$ entre les armatures, le champ $\vec{E}$:	est perpendiculaire aux armatures et orienté vers l'armature A.	est proportionnel à la tension U_{AB}.	est proportionnel à la distance d entre les armatures.
5 Dans la configuration ci-dessous : 	la particule peut être un électron.	la composante $v_x(t)$ de la vitesse est une constante.	la composante $v_y(t)$ de la vitesse est une fonction affine du temps.
6 Pour un proton qui entre dans le précédent condensateur avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$:	sa trajectoire est un arc de parabole.	la force $\vec{F}_é$ est orientée vers l'armature, chargée négativement.	Son accélération vaut $\vec{a} = \frac{m}{e}\times\vec{E}$.

3 Aspects énergétiques dans un champ uniforme

	A	B	C
7 Dans un champ $\vec{E}$ uniforme, en absence de force de frottement :	l'énergie mécanique se conserve.	une énergie potentielle E_p peut être associée à la force électrique.	$\Delta E_c = \Delta E_p$.
8 Dans un accélérateur de particule constitué d'un condensateur plan d'armatures A et B :	d'après le théorème de l'énergie cinétique $\Delta E_c = W_{AB}(\vec{F}_e) = q\times U_{AB}$	le vecteur accélération est parallèle aux armatures.	si la vitesse d'entrée est nulle alors la vitesse de sortie vaut $v_B = \sqrt{\frac{2qU_{AB}}{m}}$

10 Cas d'un lancer oblique

Lors d'un swing, un joueur de golf professionnel peut envoyer la balle parfois jusqu'à 250 mètres. Cette distance, appelée « portée », est la distance parcourue mesurée horizontalement par rapport à l'impact initial entre le club et la balle de golf.



Une balle de golf de centre de masse G et d'une masse de 46 g est lancée au niveau du sol avec une vitesse initiale v_0 faisant un angle θ par rapport à l'horizontale.

Sa trajectoire est étudiée dans un repère (O ; x, y, z) dont l'origine correspond au point de départ de la balle.

Données : *angle $\theta = 11{,}0°$, $v_0 = 75{,}0\ m \cdot s^{-1}$*

1. Établir les équations horaires du mouvement.
2. Montrer que le mouvement est plan.
3. Montrer que la portée de la balle s'écrit :

$$x_{max} = \frac{2\,v_0^2 \cos(\theta)\sin(\theta)}{g}.$$

12 Équation de la trajectoire

Un projectile lancé depuis le sol dans un champ de pesanteur uniforme a pour équations horaires dans un repère orthonormé (O ; x, y, z) :

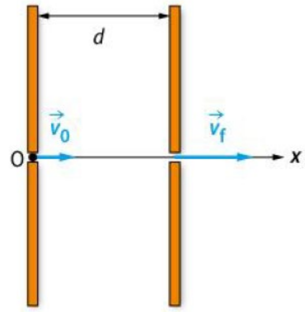
$$x(t) = v_0 \cos\alpha \times t,\ \ y(t) = -\frac{1}{2} g_0 t^2 + v_0 \sin\alpha \times t \ \text{ et } \ z(t) = 0$$

Données : *$v_0 = 10{,}0\ m \cdot s^{-1}$; angle $\alpha = 60°$*

1. Établir l'équation de sa trajectoire.
2. Représenter la situation sur un schéma et tracer l'allure de sa trajectoire $y = f(x)$.
3. La flèche y_{max} correspond à l'altitude maximale atteinte par le projectile.
Montrer que $y_{max} = \dfrac{v_0^2 \times \sin^2\alpha}{2\,g_0}$. Calculer y_{max}.
4. Exprimer puis calculer la valeur de la portée du tir x_{max} qui correspond à la distance mesurée horizontalement entre le point de lancement et le point d'impact.

14 Équations horaires du mouvement d'un proton

Un proton pénètre dans un condensateur plan avec un vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$ perpendiculaire aux armatures. Dans le condensateur plan règne un champ électrique uniforme de valeur : $E = 2{,}0\ \text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$.

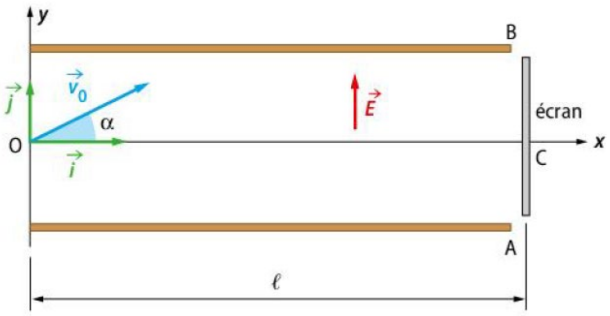


1. Reproduire cette figure et représenter sans souci d'échelle le vecteur $\vec{E}$.
2. a. Montrer que l'action mécanique de la Terre sur le proton est négligeable devant l'action modélisée par la force électrique.
b. Établir la relation entre le vecteur accélération de la particule et le vecteur champ électrique.
3. a. Projeter cette relation sur l'axe (Ox) et établir une relation entre la composante de l'accélération a_x, E, m et e.
b. En déduire les équations horaires de la vitesse $v_x(t)$ et de la position $x(t)$.
c. Montrer que cet accélérateur est linéaire.
4. a. En exploitant une équation horaire, déterminer à quel instant le proton sort du condensateur.
b. En déduire la vitesse finale du proton. Conclure sur le rôle du condensateur plan dans ce dispositif.

Données : *masse $m = 1{,}7 \times 10^{-27}$ kg, $v_0 = 2{,}0 \times 10^3\ m \cdot s^{-1}$, intensité de la pesanteur $g_0 = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$, $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C, $d = 18{,}0$ cm*

15 Équation de la trajectoire d'un électron

Un électron pénètre dans un condensateur plan, comme indiqué sur la figure ci-dessous. On se place dans le repère (O ; x, y).



1. a. Établir l'expression du vecteur accélération de l'électron assimilé à un point matériel.
b. Montrer que les équations horaires de la vitesse s'écrivent :

$$\overrightarrow{v(t)} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y(t) = \dfrac{-eE}{m} \times t + v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$$

c. En déduire les équations $x(t)$ et $y(t)$ donnant la position de l'électron.
d. Montrer que le mouvement de l'électron est plan.
2. a. Établir l'expression de la trajectoire $y = f(x)$ de cet électron.
b. Quelle est la nature de cette trajectoire ?
3. a. Exprimer littéralement la condition que doit vérifier l'angle α pour que l'électron arrive au centre C de l'écran.
b. Calculer α pour ℓ = 20 cm

Données : *masse $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg, $v_0 = 1{,}0 \times 10^7\ m \cdot s^{-1}$, $E = 850\ V \cdot m^{-1}$; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $\dfrac{\sin 2\alpha}{2} = \cos\alpha \times \sin\alpha$*

16 Boule et conservation de l'énergie mécanique

Une boule de pétanque est lancée depuis une hauteur $h = 135$ cm avec une vitesse $v_0 = 6{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. On assimilera la boule à un point matériel.

Données : *masse $m = 710$ g, intensité de la pesanteur $g_0 = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$*

1. Exprimer son énergie mécanique à l'instant du lancer.

2. a. Sous quelle hypothèse s'applique la conservation de l'énergie mécanique ? Est-ce une hypothèse raisonnable ici ?
b. Exploiter la conservation de l'énergie mécanique pour exprimer puis calculer la vitesse v_f d'impact au sol de la boule.

3. Représenter graphiquement l'allure de l'évolution des différentes énergies au cours du mouvement.

17 Boule et théorème de l'énergie cinétique

Dans les mêmes conditions que l'exercice précédent :

1. Exprimer le travail du poids entre les points de lancer A et d'impact B.

2. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. Exploiter le théorème afin d'exprimer puis de calculer la vitesse v_B d'impact au sol de la boule. Que constatez-vous ?

18 Accélération linéaire de particules et énergie

Les accélérateurs linéaires de particules peuvent être modélisés par une succession de condensateurs plans associés en ligne droite.

Données : *énergie potentielle électrique $E_{pé} = q \times V$, tension $U_{AB} = E \times AB = V_A - V_B = -1{,}0$ kV, $v_0 = 1{,}0 \times 10^3\ m \cdot s^{-1}$, charge élémentaire $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C, masse $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg.*

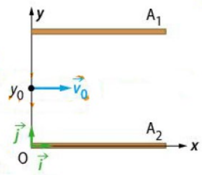
1. Représenter un condensateur plan et indiquer à quelles conditions une particule de charge q peut-elle être accéléré en décrivant une trajectoire rectiligne.

2. Un électron pénètre dans un condensateur plan d'armatures A et B avec un vecteur vitesse perpendiculaire aux armatures. On assimilera la particule à un point matériel et on négligera l'action de la force de pesanteur.
a. Exprimer la loi de conservation de l'énergie mécanique entre le point O et le point de sortie du condensateur plan.
b. En déduire l'expression de la vitesse v_f en fonction de v_0, e, m et U_{AB}. Calculer v_f.

3. a. Exprimer le travail de la force électrique au cours du mouvement dans le condensateur plan en fonction de e et U_{AB}.
b. Exploiter le théorème de l'énergie cinétique pour retrouver l'expression de la vitesse v_f établie question 2.

19 Déviation dans un champ électrique

Un champ électrique uniforme, de valeur $E = 5\,200\ \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$, est créé par un condensateur plan constitué de deux armatures planes A_1 chargée négativement et A_2 chargée positivement séparées de 10 cm et longues de 10 cm. Un électron pénètre dans le champ $\vec{E}$ à l'ordonnée y_0 avec une vitesse $\vec{v}_0$ parallèle aux plaques.



Données : *$m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg ; $v_0 = 1{,}0 \times 10^7\ m \cdot s^{-1}$; $\ell = 10$ cm ; $y_0 = 5{,}0$ cm.*

1. **Exprimer** les composantes du vecteur accélération dans le repère (O ; x, y, z).

2. a. En déduire les équations horaires du mouvement de l'électron.
b. **Établir** l'équation de la trajectoire et montrer que le mouvement est plan.
c. L'électron sortira-t-il du condensateur plan ? Si oui, indiquer les coordonnées du point de sortie S.

21 Accélérateur de particule

Dans un accélérateur linéaire, un noyau d'hélium He^{2+} (Z = 2, A = 4) subit le travail moteur et maximal d'une force électrique constante $\vec{F}_e$. De vitesse négligeable à l'entrée, il est accéléré dans l'une des cavités de l'accélérateur modélisée par un condensateur plan de longueur AB sous l'action d'un champ électrique de valeur $E = 400\ \text{kV} \cdot \text{m}^{-1}$.

Données : *masse d'un nucléon $m_n = 1{,}7 \times 10^{-27}$ kg ; $g_0 = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$; $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C ; $AB = 0{,}50$ m ; énergie potentielle électrique $E_{p(élec)} = q \times V + cte$*

1. a. **Montrer** que l'on peut négliger l'action mécanique modélisée par la force de pesanteur devant celle associée à la force électrique.
b. Représenter la situation sur un schéma. Identifier le signe des armatures.

2. a. Établir l'expression du travail que fournit la force électrique $\vec{F}_e$ lors du passage du noyau d'hélium dans la cavité en fonction de q et U_{AB}.
b. **Énoncer** puis appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour calculer la vitesse v_B du noyau en sortie de la cavité.

3. a. Montrer que l'énergie potentielle électrique est une fonction affine de la distance x parcourue dans la cavité.
b. **Représenter** sur un graphe l'évolution des énergies E_c, E_p et E_m en fonction de x.

27 Hauteur maximale d'un lancer

Un boulet de masse m, assimilé à un point matériel est lancé verticalement depuis le sol avec une vitesse initiale v_0.

Données :

Grandeur	Valeur	Incertitude-type
m	45 g	0,5 g
v_0	$12{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	$0{,}1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Incertitude absolue pour l'énergie cinétique :

$$U(E_c) = E_c \times \sqrt{\left(\frac{U(m)}{m}\right)^2 + 4 \times \left(\frac{U(v)}{v}\right)^2}\ ;$$

Incertitude absolue pour la hauteur maximale du boulet :

$$U(h) = h \times 2\left(\frac{U(v_0)}{v_0}\right)\ ;\ g_0 = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$$

1. Exprimer l'énergie mécanique initiale du système sous la forme E_m +/– $U(E_m)$.

2. a. En négligeant l'action de l'air sur le système, montrer que la hauteur maximale vaudrait $h = \dfrac{v_0^2}{2\,g_0}$.
b. Exprimer la hauteur maximale sous la forme h +/– $U(h)$.

3. La mesure de hauteur maximale atteinte par le boulet après pointage est 6,85 m. L'hypothèse de la question précédente était-elle valide ?